Correction à : équations différentielles à points singuliers réguliers (Lecture notes in mathematics 163, Springer Verlag 1970).

Je tiens à remercier B. Malgrange de m'avoir montré que le "théorème" II 1.23 de loc. cit. est faux. On suppose à tort, dans la démonstration, que le champ de vecteurs τ n'a de pôles. L' énoncé 1.23 servait dans la démonstration du théorème clef II 4.1, et là uniquement.

On peut faire les corrections suivantes (cf N. KATZ, the regularity theorem in algebraic geometry, Nice international congress 1970):

1) supprimer II 1.23 et II 1.24.

2) remplacer la démonstration de 4.1 par la suivante.

Pour démontrer 4.1, on utilisera les constructions 5.1 à 5.5 du §5. Le lecteur vérifiera l'absence de cercle vicieux. Le théorème est local le long de Y. Ceci permet de supposer que

a) la structure méromorphe le long de Y de V est définie par un prolongement cohérent $\tilde{V}$ du fibré vectoriel V sur X;

b) il existe une résolution des singularités $\pi : X_1 \to X$ telle que X_1 soit lisse, que π soit propre, que $\pi^{-1}(X^*) \xrightarrow{\sim} X^*$, et que $Y_1 = X_1 - \pi^{-1}(X'')$ soit un diviseur à croisements normaux dans X_1.

On peut regarder V comme un fibré vectoriel à connexion intégrable sur $X_1^* = \pi^{-1}(X^*)$ soit $\mathcal{V}$, son prolongement canonique sur X_1(S.S.) Le fibré vectoriel $V_o = \pi_* \mathcal{V}_1$ est un prolongement cohérent de V sur X. Nous montrerons que les conditions (i) à (iii) équivalent encore à

(v) Les prolongements $\tilde{V}$ et V_o de V sont méromorphiquement équivalents. Prouvons que (i) $\Rightarrow$ (v). Si X est de dimension un, c'est une conséquence de 1.20. Soit u l'application identique de $V_o|X^*$ dans $\tilde{V}|X^*$. Il faut montrer que pour tout ouvert $W \subset X$, toute forme linéaire $w \in H^o(W,V^v)$ et toute section locale $e \in H^o(W, V_o)$, la fonction $f = \langle w, u(e) \rangle$ est méromorphe le long de $Y \cap W$.

Supposons que X soit lisse, que Y soit un diviseur lisse dans X et que $X_1 = X$. Que f soit méromorphe résulte alors du cas de dimension un, déjà traité, et d'une double application du lemme suivant, une pour montrer que f est méromorphe le long de U, une seconde pour montrer que f est méromorphe le long de Y.

<u>Lemme</u> 4.1.1 Soit f une fonction analytique sur $D^{m+1} - (\{0\} \times D^m)$. On suppose qu'il existe un ouvert non vide U de D^m tel que, pour $u \in U$, $f| D^* \times u$ soit méromorphe en 0. Alors, il existe n tel que f ait un pôle d'ordre au plus n le long de $\{0\} \times D^m$.

Soit $F_n \subset D^m$ l'ensemble des u tels que $f| D^* \times u$ présente au pis un pôle n^{uple} en 0. Soit

$$A_k (u) = \oint f(z, u) z^k dz.$$

Alors, $A_k(u)$ est holomorphe, et F_n est défini par les équations $A_k(u) = 0$ $(k \geq n)$. Par hypothèse, la réunion des fermés F_n a un point intérieur. D'après Baire, il existe n tel que F_n ait un point intérieur, et $A_k(u)$ est donc nul sur un ouvert (donc partout) pour $k \geq n$. Dès lors, f a au plus un pôle d'ordre n le long de $\{0\} \times D^m$.

Pour passer de là au cas où X est normal, observons que les conditions qui précèdent sont alors vérifiées en dehors d'une partie Z de Y de codimension ≥ 2 dans X. On conclut en notant qu'une fonction f sur X - Y, méromorphe le long de Y en dehors de Z, est méromorphe le long de Y. En effet, la démonstration de 4.1.1. montre que, localement sur Y, le produit de f par une haute puissance g^k d'une fonction nulle sur Y est holomorphe sur X - Z. Le produit se prolonge en une fonction holomorphe sur X.

Dans le cas général, on observe que la condition (i) (resp (v)) est equivalente à la même condition pour le normalisé de X.

Il est trivial que (ii) $\Rightarrow$(i) et il résulte de 1.19 que (iii) $\Rightarrow$(i).

Sous les hypothèses de (iv) et pour $X_1 = X$, il est clair que (v) $\Rightarrow$ (iv); d'après 5.5(i), (v) $\Rightarrow$ (iii); puisque l'image réciproque d'une forme différentielle présentant au pis un pôle simple est encore de même espèce (iv) $\Rightarrow$ (ii). Sous cette hypothèse, les assertions (i) à (v) sont donc équivalentes.

Il résulte de 2.19 et de ce qui précède que (v) $\Rightarrow$ (iii). Pour prouver que (v) $\Rightarrow$ (ii), on peut soit utiliser 1.19 et 2.19 pour vérifier que (iii) $\Rightarrow$ (ii), soit noter que la condition (ii) pour V sur $X^* \subset X$ équivaut à (ii) pour π^{-1} V sur $X^* \subset X_1$. Les conditions (i) (ii) (iii) (v) sont donc équivalentes. En particulier, la condition (v) est indépendante du choix de X_1; on en déduit que, sous les seules hypothèses de (iv), (iv) $\Leftrightarrow$ (v), et ceci achève la démonstration.

On notera que cette démonstration contient déjà la partie essentielle de la démonstration de 5.7, 5.9 (théorème d' existence).

<u>Autres corrections</u>

pg 124 Ligne 5 <u>Remplacer</u> D'après I 2.24 par "D'après II 4.1.1.

pg 127 Ligne -3 <u>Supprimer</u> D'après 3.1

<u>Bibliographie additionnelle</u>

(27) R. GÉRARD - Théorie de Fuchs sur une variété analytique complexe -Thèse - Strasbourg 1968 -

Warwick University - April 1971

P. Deligne